

บทคัดย่อ

โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง “ มหัตศจรรย์วงกลม สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม GSP มีคำตอบ ” มีวัตถุประสงค์ของโครงการเพื่อ 1) เพื่อสำรวจทฤษฎีวงกลม สามเหลี่ยมด้านเท่าและสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) 2) เพื่อศึกษาและอธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดจากรูปวงกลม รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สนใจศึกษา 3) เพื่อผลิตสื่อโมเดลสำหรับพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่เกิดจากรูปวงกลม รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สนใจศึกษา

ผลการศึกษา พบว่า

1. สามารถสำรวจทฤษฎีวงกลม สามเหลี่ยมด้านเท่าและสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP)
2. สามารถอธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดจากรูปวงกลมสามรูปที่มีรัศมีของวงกลมตัดกันตรงจุดศูนย์กลางของวงกลม ความสัมพันธ์ที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่อยู่บนจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าอีกรูปหนึ่ง ความสัมพันธ์ที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่อยู่บนจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าอีกรูปหนึ่ง
3. สามารถผลิตสื่อโมเดลสำหรับพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่เกิดจากรูปวงกลมสามรูปที่มีรัศมีของวงกลมตัดกันตรงจุดศูนย์กลางของวงกลม ความสัมพันธ์ที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่อยู่บนจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าอีกรูปหนึ่ง ความสัมพันธ์ที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่อยู่บนจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าอีกรูปหนึ่ง

การทำโครงการในครั้งนี้ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตอย่างเป็นรูปธรรม ชัดเจนมากขึ้น ได้พัฒนาทักษะของคนในศตวรรษที่ 21 ได้แก่ อ่านออก (Reading) เขียนได้ (Writing) คิดเลขเป็น (Arithmetics) ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ทักษะแก้ปัญหา ทักษะด้านการสร้างสรรค์และนวัตกรรม ทักษะด้านความเข้าใจต่างวัฒนธรรม ต่างกระบวนทัศน์ ทักษะด้านความร่วมมือ การทำงานเป็นทีมและภาวะผู้นำ ทักษะด้านการสื่อสาร สารสนเทศและรู้เท่าทันสื่อ ทักษะด้านคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร ทักษะอาชีพและทักษะการเรียนรู้

ภาคผนวก ก

- รูปวงกลมสามรูปที่มีรัศมีของวงกลมตัดกันตรงจุดศูนย์กลางของวงกลม
- รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดมุมซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าอีกรูปหนึ่ง
- รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่อยู่บนจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าอีกรูปหนึ่ง

The Geometer's Sketchpad - [โครงการเทคโนโลยีบูรณาการRB.gsp - 1]

รูปวงกลมสามรูปที่มีรัศมีของวงกลมตัดกันตรงจุดศูนย์กลางของวงกลม พบว่า

1. เกิด **รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า** ซึ่งมีจุดยอดมุมเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมเสมอ
2. อัตราส่วนผลรวมของความยาวเส้นรอบวงทั้งสามรูป ต่อ ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม เป็นอัตราส่วนคงที่ เท่ากับ **6.28**

AB = 5.00 ซม. m∠ABC = 60.00°
BC = 5.00 ซม. m∠ACB = 60.00°
AC = 5.00 ซม. m∠BAC = 60.00°

ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม = 15.00 ซม.

เส้นรอบวง A = 31.42 ซม.
 เส้นรอบวง B = 31.42 ซม.
 เส้นรอบวง C = 31.42 ซม.

ผลรวมความยาวเส้นรอบวงทั้งสามรูป = 94.26 ซม.

$$\frac{\text{ผลรวมความยาวเส้นรอบวงทั้งสามรูป}}{\text{ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม}} = 6.28$$

The Geometer's Sketchpad - [โครงการเทคโนโลยีบูรณาการRB.gsp - 2]

รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดมุมซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าอีกรูปหนึ่ง พบว่า

1. รูปสามเหลี่ยมที่อยู่ภายในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า จะเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเสมอ
2. ความยาวรอบรูปของสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปใหญ่ เป็น **2 เท่า**ของความยาวรอบรูปของสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปเล็กเสมอ
3. พื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปใหญ่ มีขนาดเป็น **4 เท่า**ของพื้นที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปเล็กเสมอ

AB = 12.97 ซม. PQ = 6.48 ซม.
AC = 12.97 ซม. RQ = 6.48 ซม.
BC = 12.97 ซม. PR = 6.48 ซม.

ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม ABC = 38.91 ซม. ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม PQR = 19.45 ซม.

$$\frac{(\text{ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม ABC})}{(\text{ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม PQR})} = 2.00$$

$$\frac{\text{พื้นที่ } \triangle ABC = 72.83 \text{ ซม.}^2}{\text{พื้นที่ } \triangle PQR = 18.21 \text{ ซม.}^2} = \frac{(\text{พื้นที่ } \triangle ABC)}{(\text{พื้นที่ } \triangle PQR)} = 4.00$$

The Geometer's Sketchpad - [โครงการหลักสูตรบูรณาการ RB.gsp - 3]

รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่อยู่บนจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าอีกรูปหนึ่งพบว่า

- รูปสี่เหลี่ยมที่อยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ารูปใหญ่ จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าเสมอ
- รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ารูปเล็กสามารถแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปที่เท่ากัน
- อัตราส่วนความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมด้านเท่ารูปใหญ่ ต่อ ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมด้านเท่ารูปเล็ก เป็นอัตราส่วนคงที่ เท่ากับ **1.41**
- พื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านเท่ารูปใหญ่ มีขนาดเป็น **2 เท่า** ของพื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านเท่ารูปเล็กเสมอ
- พื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านเท่ารูปใหญ่ มีขนาดเป็น **4 เท่า** ของพื้นที่สามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมทั้งสามอยู่บนจุดกึ่งกลางความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ารูปใหญ่เสมอ

ความยาวรอบรูป ABCD = 47.98 ซม. (ความยาวรอบรูป ABCD)
 ความยาวรอบรูป PQRS = 33.93 ซม. (ความยาวรอบรูป PQRS) = 1.41

พื้นที่ Δ ABCD = 143.91 ซม.² พื้นที่ Δ PSR = 35.98 ซม.²
 พื้นที่ PQRS = 71.95 ซม.² พื้นที่ Δ PQR = 35.98 ซม.²

(พื้นที่ ABCD) (พื้นที่ ABCD)
 (พื้นที่ PQRS) = 2.00 (พื้นที่ Δ PSR) = 4.00

AB = 12.00 ซม. PQ = 8.48 ซม. m PR = 12.00 ซม.
 BC = 12.00 ซม. QR = 8.48 ซม.
 CD = 12.00 ซม. RS = 8.48 ซม.
 AD = 12.00 ซม. PS = 8.48 ซม.

ภาพกิจกรรม

